



АКАДЕМИЯ НАУК СССР СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

*Динамика  
многофазных  
сред*

НОВОСИБИРСК

Академия наук СССР  
Сибирское отделение  
Институт теоретической и прикладной механики

ДИНАМИКА МНОГОФАЗНЫХ СРЕД

(Материалы VI Всесоюзного семинара  
"Численные методы решения задач фильтрации  
многофазной несжимаемой жидкости")

Под редакцией  
академика Н.Н.Яненко

Новосибирск 1983

О ПОВЫШЕНИИ ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА НАСЫЩЕННОСТИ  
В ЗАДАЧАХ ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ РАСТВОРОМ  
АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ

Я.Н.Никанович, В.Б.Таранчук

Применимость разностных схем для расчета разрывных распределений насыщенности в задачах фильтрации двух несмешивающихся неожиданных ньютоновских жидкостей изучалась в ряде работ [I]. Однако, в настоящее время возникла необходимость решать задачи для более сложных гидродинамических моделей, в частности, когда в фазах присутствуют примеси. Усложнение моделей, а соответственно и структуры решений, требуют дополнительных исследований; выявления особенностей решений, полученных с помощью конечно-разностных схем. Некоторые результаты расчетов с использованием наиболее часто применяемых в задачах двухфазной фильтрации конечно-разностных схем представлены и обсуждаются в настоящей работе. Рассматривается модельная одномерная плоская задача о вытеснении ньютоновской нефти водным раствором, содержащим активную примесь, для условий, когда справедливо крупномасштабное приближение и существует автомодельное решение, причем концентрация примеси кусочно-постоянна  $c = c^0$  при  $0 \leq x \leq x_c$ ,  $c = 0$  при  $x = x_c$ , где координата сопряженного скачка  $x_c$  задается из аналитического автомодельного решения (см., например (2)). Тогда для определения насыщенности имеем задачу

$$(I) \quad \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial F(s, c)}{\partial x} = 0, \quad (I)$$

$$S^*(0, t) = S^* = \text{const}, \quad t > 0, \quad (2)$$

$$S(x, 0) = S_0 = \text{const}, \quad x > 0, \quad (3)$$

где  $S^*$  - насыщенность пористой среды вытесняющей фазой  $F$  - функция Леверетта,  $S^*$  и  $S_0$  - заданные постоянные.

На рис. I-2 представлены результаты расчетов для случаев, когда, следуя [3], определяющие функции задавались выражениями

$$F = M(c) f_2(S, c) \cdot [f_2(S, c) + M(c) f_2'(S, c)]^{-1}, \quad M(c) = M_1 M_2$$

$$M = \text{const}, \quad M_2(c^*) \cdot M_2^{-1}(0) = 4,$$

$$f_1 = e^{4.5(1-S^*)} (S^* - S)^2, \quad S \leq S^*; \quad f_1 = 0, \quad S^* > S^*$$

$$f_2 = (S^* - S)^2, \quad S \geq S^*; \quad f_2 = 0, \quad S = S^*;$$

$$S^*(0) = 0.3; \quad S^*(c^*) = 0, \quad S^* = 1 - S^*. \quad (4)$$

Пунктиром на рисунках показаны эталонные аналитические, а сплошными линиями - численные решения. При этом тестировались только те схемы, которые при аппроксимации уравнения (1) не используют производную функцию Леверетта  $F$ , признаны лучшими и в [1] рекомендованы для использования, а также двухточечная схема, предложенная в [4]. Кривые на рисунках нумеруются следующим образом: I, 2, 3 результаты расчетов по схемам явный левый уголок (см., например, [1] стр. I37-I54), двухточечной, явно-неявной ([1] стр. I70-I83). Расчеты проводились с такими значениями временного и пространственного шагов сетки  $\tau$  и  $h$ , чтобы выполнялось условие устойчивости

$$\lambda = \max_i \frac{\tau}{h} \cdot \frac{|F(S_i'' + \delta S, c_i'') - F(S_i'', c_i'')|}{\delta S} \leq 1, \quad (5)$$

где  $\delta S$  - малая постоянная величина.

На рис. I представлены результаты расчетов задачи вытеснения для условий  $M(0) = 5$ ,  $S_0 = 0.3$ ,  $S^* = 1$ ,  $\tau_c = 1, 1639 \tau$ . Расчеты проводились при  $h = 0.025$ ,  $\tau = 0.00125$  ( $\lambda \approx 0.25$ ); решения показаны в момент времени  $t = 0.25$ . Как следует из рис. I, решение, полученное по двухточечной схеме, наиболее близко к эталонному. Численному решению, полученному по углковой схеме, характерно большее чем для решений 2 и 3 занижение насыщенности в области за сопряженным скачком, завышение насыщенности в области между скачками и опережение переднего скачка. Решения, полученные по двухточечной схеме, наиболее близки к эталонному, од-

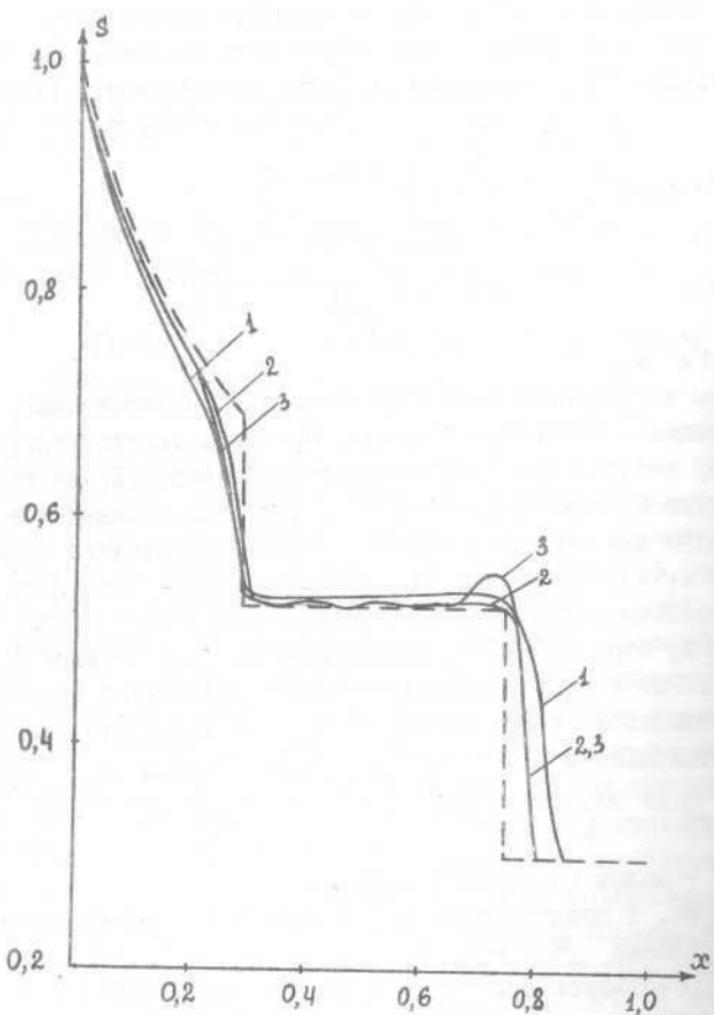


Рис. I

нако в области между передним и сопряженным скачками они искаются осцилляциями. При расчетах с такими  $\tau$ , что  $\lambda < 0,2$  эти осцилляции практически не заметны, но, если  $0,5 < \lambda < 1$  амплитуда отклонений, которая максимальна в окрестности переднего скачка, составляет около 15%. Решениям, полученным по явно-неявной схеме, характерно наличие "выброса" в окрестности переднего скачка, который не устраняется при любых значениях  $\tau$  и  $h$  (но при выполнении условия устойчивости  $\lambda < 1$ ).

На рис. 2 представлены эталонное и численные решения задачи добычи нефти. Расчеты проводились при тех же, что и в предыдущем случае, значениях  $M$ ,  $\delta^0$  и  $\chi_c$ , но, когда  $\delta_0 = 0,7$ . Решения показаны в момент  $t = 0,4$  и получены при  $h = 0,025$  и  $\tau = 0,00125$  ( $\lambda \approx 0,23$ ). Как следует из графиков, решения I и 3, полученные по углковой и явно-неявной схемам, дают заметное отставание переднего скачка; в решении 3 вблизи переднего скачка имеется одиночный "выброс". Решение 2, полученное по двухточечной схеме, как и в предыдущем случае, является наиболее точным.

Резюмируя результаты сопоставления эталонных и численных решений, полученных на различных сетках и при различных определяющих функциях, представляется целесообразным отметить следующее:

- как показали расчеты, проведенные с различными зависимостями  $f_i$  и  $M$  качественное поведение численных решений, полученных с помощью рассмотренных конечно-разностных аппроксимаций, сохраняется независимо от вида функций относительных фазовых проницаемостей и отношения вязкостей фаз;

- двухточечная схема дает более точные решения чем углковая и явно-неявная, но расчеты по ней следует вести с таким временным шагом  $\tau$ , чтобы аналог числа Куранта  $\lambda$  не превышал 0,2.

I. Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости (сб. научных трудов). Новосибирск, 1975, З18 с.

2. Ентов В.М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (Математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). Препринт ИПМ АН СССР № 161, М., 1980, 64 с.
3. Таранчук В.Б. Эффективный метод численного моделирования процесса мицеллярного вытеснения остаточной нефти. В сб. "Динамика многофазных сред", Новосибирск, 1981, с. 285-290.
4. Todd M.R., O'Dell P.M., Hirasaki G.J. Methods for Increased Accuracy in Numerical Reservoir Simulators. Soc. Pet. Eng. J., 1972, Dec., 515-530.