

Численные
методы
решения задач
фильтрации
несжимаемой
жидкости

Сделано 4 июня

Д.К.+

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР
Вычислительный центр

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ
МНОГОФАЗНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Сборник научных трудов



Новосибирск 1975

$$t = \frac{Tp_* K_*}{m L^2 \mu_1}, \quad x = \frac{X}{L}, \quad y = \frac{Y}{L}, \quad p = \frac{P}{P_*}, \quad k = \frac{K}{K_*}, \quad (2)$$

где L - характерный размер области фильтрации, P_* - характерный перепад давления и K_* - характерная проницаемость среды.

Принимая обозначения $\mu_0 = \mu_1 \cdot \mu_2^{-1}$, $A = k(f_1 + \mu_0 f_2)$, $F(s) = \mu_0 f_2(f_1 + \mu_0 f_2)^{-1}$, $q_x = A \frac{\partial p}{\partial x}$, $q_y = A \frac{\partial p}{\partial y}$ из (I), переходя к безразмерным переменным, получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} (A \frac{\partial p}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (A \frac{\partial p}{\partial y}) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = q_x \frac{\partial F}{\partial x} + q_y \frac{\partial F}{\partial y}. \quad (4)$$

Пусть $(x, y) \in G$ и G многосвязная область, ограниченная замкнутым несамопересекающимся контуром Γ и контурами скважин - окружностями радиуса r_0 . В области G применительно к системе (3)-(4) рассматривается следующая краевая задача: на контурах скважин для давления задаются граничные условия первого или второго рода, что соответствует заданию напора или дебита; эти же условия задаются на различных участках контура Γ ; на контурах нагнетательных скважин и на части внешнего контура, где вытесняющая жидкость втекает в область G , задается насыщенность вытесняющей фазы.

В начальный момент $t = 0$ в области G задается распределение насыщенности.

Поставленная выше задача решалась численно с помощью метода сеток. Область G покрывалась равномерной сеткой с шагом h ; центры скважин находились в узлах сетки.

Так как радиус скважины r_0 много меньше характерного размера G , нелестообразно строить сетку так, чтобы учесть размеры и форму скважины, ибо иначе число узлов сетки было

В.Б. Таранчук, Л.А. Чудов

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕФТЕОТДАЧИ В СИСТЕМЕ С ШАХМАТНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ СКВАЖИН

Нестационарная изотермическая фильтрация двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей в недеформируемом горизонтальном пористом пласте без учета капиллярных эффектов может быть описана системой уравнений для насыщенности вытесняющей фазы s и фазового давления P :

$$m \frac{\partial(1-s)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Kf_1}{\mu_1} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Kf_1}{\mu_1} \frac{\partial P}{\partial y} \right), \quad (1)$$

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Kf_2}{\mu_2} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Kf_2}{\mu_2} \frac{\partial P}{\partial y} \right).$$

Здесь m - пористость, $K(x, y)$ - абсолютная проницаемость среды, μ_1 и μ_2 - вязкости вытесняемой и вытесняющей фаз, соответственно, $f_1(s)$ и $f_2(s)$ - относительные фазовые проницаемости, x, y - декартовы координаты в плоскости фильтрации, t - время, $0 \leq t \leq t_1$.

Введем безразмерные переменные

бы чрезвычайно большим. Возникающие при этом трудности аппроксимации граничных условий на скважинах (аналогичные трудности, как указано, например, в [1], имеют место при решении методом сеток задачи об установившейся напорной фильтрации) предлагалось преодолевать заданием граничных условий в узле скважине. Однако такой метод представляется не вполне удовлетворительным из-за сильной зависимости решения от шага сетки (см. [1,2]).

Рассмотрим иной способ аппроксимации граничных условий на контурах скважин. Для простоты изложения предположим, что в G имеется только одна скважина, центр которой находится в начале координат. Пусть r – расстояние до центра скважины, ϕ – полярный угол, отсчитываемый от положительного направления оси x и σ_0 – окружность радиуса h , концентрическая с контуром скважины. Предположим, что в области $r_0 \leq r \leq h$, которую в дальнейшем будем называть "внутренней", в любом секторе с малым углом раствора, фильтрация является плоско-радиальной. Тогда, переходя к переменной

$$u = \ln(r \cdot r_0^{-1}) \cdot \ln^{-1}(h \cdot r_0^{-1}) \quad (5)$$

(см. [3]), для определения p и s во "внутренней" области имеем систему

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(A_\alpha \frac{\partial p_\alpha}{\partial u} \right) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial s_\alpha}{\partial t} = \frac{A_\alpha}{r_0^2 \ln^2(h \cdot r_0^{-1})} \frac{(r_0)^2 u}{h} \frac{\partial p_\alpha}{\partial u} \frac{dF(s_\alpha)}{ds} \frac{\partial s_\alpha}{\partial u}, \quad (7)$$

где индекс α означает, что функции рассматриваются на луче $\phi=\alpha$ во "внутренней" области.

В области $0 \leq u \leq 1$ вводится равномерная по u сетка с шагом Δu .

Таким образом, в дальнейшем рассматривается задача нахождения функций p и s , удовлетворяющих на выделенных на-

правлениях $\phi = \alpha$ во "внутренней" области системе (6)–(7) и системе (3)–(4) во "внешней" области, ограниченной внешним контуром Γ и контуром σ_0 . На контуре σ_0 задаются условия непрерывности p, s и нормальной составляющей вектора $\{q_x, q_y\}$.

Для численного решения задачи применяется следующий алгоритм: а) по известному на временном шаге с номером n распределение насыщенности s^n и граничным условиям для давления из уравнений (3) и (6) находим на шаге с номером $n+1$ распределение p^{n+1} ; б) по найденному распределению давления, краевым условиям для s и распределению s^n из уравнений (4) и (7) определяем распределение p^{n+1} и переходим к следующему шагу по времени (см. [4]).

Опишем способ расчета давления. Будем предполагать, что аппроксимация граничных условий на внешней сеточной границе Γ_h известна.

Во "внутренней" области рассматриваются четыре направления $\alpha = 0, \pi/2, \pi$ и $3\pi/2$. Уравнения (6) для данных значений α на каждом шаге t^n аппроксимируются с помощью трехточечных разностных уравнений.

Уравнение (3) решается во "внешней" области с помощью итерационного метода переменных направлений с постоянным значением итерационного параметра (см., например, [5]).

Решение разностных уравнений во "внутренней" и "внешней" областях строится одновременно. Вычисления прогоночные коэффициенты для разностных уравнений, аппроксимирующих (6), на лучах $\alpha=0, \pi/2, \pi$ и $3\pi/2$, и аппроксимируя граничные условия в узлах $(\pm h, 0)$ и $(0, \pm h)$, получаем разностные граничные условия на σ_0 , необходимые для решения разностных уравнений во "внешней" области. Итерации проводятся до тех пор, пока невязка (см. [5]) не становится меньше ϵ , после чего вычисляются значения p_α^{n+1} в узлах "внутренней" области на выделенных лучах.

Распределение насыщенности s^{n+1} рассчитывается следующим образом. Во "внутренней" области в случае, когда скважина является нагнетательной, для аппроксимации уравнений (7) на выделенных направлениях $\phi = \alpha$ применяется схема "неявный левый уголок". Если скважина является эксплуатационной,

уравнение (7) аппроксимируется по схеме "неявный правый уголок".

Для аппроксимации уравнения (4) во "внешней" области применяется явная схема типа "уголок", учитывающая направление характеристики.

Подробное описание алгоритма содержится в [6].

Рассмотрим задачу о вытеснении нефти водой в системе с шахматным расположением скважин: нагнетательные и эксплуатационные скважины расположены на параллельных линиях, находящихся друг от друга на расстоянии d ; на линиях скважины расположены на расстоянии 2σ одна от другой, и скважины в противостоящих рядах смещены на σ (см. рис. I).

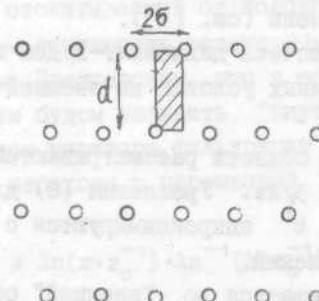


Рис. I

Элементом симметрии этой системы является прямоугольник, в противоположных вершинах которого находятся нагнетательная и эксплуатационная скважины (заштрихованная область на рис. I), на сторонах прямоугольника выполняются условия симметрии; на контуре нагнетательной скважины задаются насыщенность вытесняющей фазы s_0 и суммарный расход жидкости $A(s_0)r_0 \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = q$ ($q < 0$); на контуре эксплуатационной скважины — давление p_1 . В начальный момент задается постоянное поле насыщенности s^0 .

Были выполнены расчеты при $r_0 = 10^{-4}$, $q = -0,5$, $k = 1$, $d = 1$, $p_1 = 1$, $s_0 = 1$, $s^0 = 0$ и при разных d/σ и μ_0 . Фазовые проницаемости принимались в виде $f_1 = (1-s)^2$ и $f_2 = s^2$ (см. [7]).

На рис. 2 представлены графики, иллюстрирующие зависи-

мость β (отношение объема извлеченной нефти к моменту прорыва воды в эксплуатационную скважину к начальному объему нефти) от d/σ . Кривые 1 и 2 получены при $\mu_0 = 10$ и 3, соответственно. Как следует из рис. 2, коэффициент β мало меняется при изменении величины d/σ .

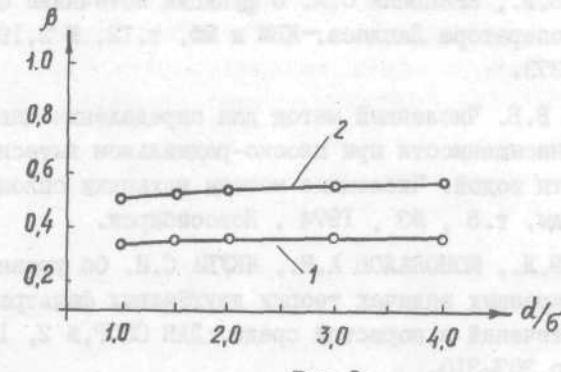


Рис. 2

На рис. 3 показана зависимость коэффициента β от μ_0 при $d/\sigma = 1$. С уменьшением отношения вязкостей нефти и воды β приближается к $\beta^* = 0,7226$, что соответствует поршневому вытеснению (см. [8]).

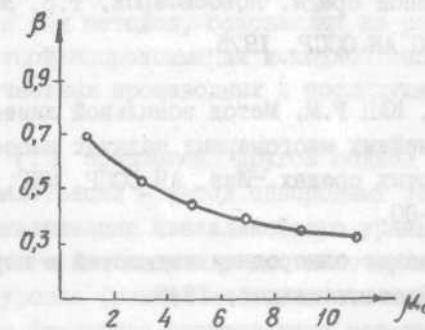


Рис. 3

Л и т е р а т у р а

1. ВАХИТОВ Г.Г. Эффективные способы решения задач разработки нефте водоносных пластов методом конечных разностей. М., Гостоптехиздат, 1963.
2. АНДРЕЕВ В.Б., КРЯКВИНА С.А. О функции источника сеточного оператора Лапласа.—ЖВМ и МФ, т.12, № 2, 1972, с.364-373.
3. ТАРАНЧУК В.Б. Численный метод для определения давления и насыщенности при плоско-радиальном вытеснении нефти водой. Численные методы механики сплошной среды, т.5, №3, 1974, Новосибирск.
4. ДАНИЛОВ В.Л., КОНОВАЛОВ А.Н., ЯКУБА С.И. Об уравнениях и краевых задачах теории двухфазных фильтрационных течений в пористой среде.—ДАН СССР, № 2, 1968, с.307-310.
5. ФЕДОРЕНКО Р.П. Итерационные методы решения разностных эллиптических уравнений.—УМН, т.ХХУШ, вып.2, (170), 1973, с.121-182.
6. ТАРАНЧУК В.Б., ЧУДОВ Л.А. Численный метод для решения некоторых задач плоской двухфазной фильтрации в области со скважинами. Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, т.5, №4, 1974.
ВЦ СО АН СССР, 1975.
7. ДАНИЛОВ В.Л., КАЦ Р.М. Метод зональной линеаризации в нелинейных многомерных задачах массопереноса в пористых средах.—Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 4, с.66-80.
8. МАКСЕТ М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М., Гостоптехиздат, 1949.