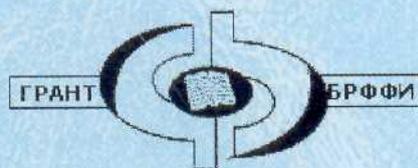


**МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
INTERNATIONAL CONFERENCE**



**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И
СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ
(DE&CAS'2005)**

МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

Часть 1

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS
(DE&CAS'2005)**

**SCIENTIFIC PAPERS
INTERNATIONAL CONFERENCE**

Part 1

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН БЕЛАРУСИ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАИНЫ
БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ А. С. ПУШКИНА

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И
СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ
(DE&CAS'2005)**

МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

г. Брест, 5 – 8 октября 2005 г.

В двух частях

Часть 1

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS
(DE&CAS'2005)**

**SCIENTIFIC PAPERS
INTERNATIONAL CONFERENCE**

Brest, October 5 – 8, 2005

Part 1

Минск 2005
БГПУ

УДК 51(063)+004(063)

ББК 22.1я43+32.81я43

Д503

Редакционная коллегия:

И. В. Гайшун (науч. ред.), Е. А. Гребеников (зам. науч. ред.), А. М. Самойленко (зам. науч. ред.), А. Е. Будько, Н. А. Лукашевич, Н. А. Перестюк, А. Н. Прокопеня, Я. В. Радыно, В. Б. Таранчук, Н. Н. Труш, А. В. Чичурин, Н. И. Юрчук

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор *С. А. Минюк*;
доктор физико-математических наук, профессор *Ю. А. Рябов*;
кандидат физико-математических наук, профессор *И. Г. Кожух*

Д503

Дифференциальные уравнения и системы компьютерной алгебры (DE&CAS'2005)=
Differential equations and computer algebra systems (DE&CAS'2005) : материалы Междунар. конф., г. Брест, 5 – 8 окт. 2005 г. В 2 ч. Ч. 1 / редкол.: И. В. Гайшун [и др.]. – Мн. : БГПУ, 2005. – 360 с.

ISBN 985-501-053-1.

В сборнике представлены материалы по теории дифференциальных уравнений, компьютерной математике и проблемам нелинейного анализа.

Адресуется научным работникам, преподавателям вузов, аспирантам, магистрантам и студентам математических специальностей.

УДК 51(063)+004(063)
ББК 22.1я43+32.81я43

ISBN 985-501-053-1 (ч. 1)
ISBN 985-501-052-3

© БрГУ, 2005
© БГПУ, 2005

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ:

- М.Э.Чесновский – ректор БрГУ, профессор (г.Брест, РБ) (председатель)
И.В.Гайшун – директор ИМ НАН Беларуси, академик НАНБ, профессор
(г.Минск) (сопредседатель)
Е.А.Гребеников – гл. науч. сотр. ВЦ РАН им А.А. Дородницына, академик
МАНН, профессор (г.Москва, Россия) (сопредседатель)
А.М.Самойленко – директор ИМ НАН Украины, академик НАНУ, профессор
(г.Киев) (сопредседатель)
- А.А.Бойчук – профессор (г.Киев, Украина)
Н.И. Вулпе – профессор (г. Кишинев, Молдова)
В.П. Гердт – профессор (г. Дубна, Россия)
К. Каттани – профессор (г. Рим, Италия)
- В.И. Корзюк – член-корр. НАН Беларуси, профессор (г. Минск, Беларусь)
Р. Краглер – профессор (г.Равенсбург-Вайнгартен, Германия)
Н.А. Лукашевич - Заслуженный деятель науки РБ, профессор
(г.Минск, Беларусь)
- И.П. Мартынов – профессор (г. Гродно, Беларусь)
С.А. Минюк – профессор (г. Гродно, Беларусь)
- Н.А. Перестюк – чл.-корр. НАН Украины, профессор (г.Киев, Украина)
В.Б. Таранчук – профессор (г. Минск, Беларусь)
Н.Н. Труш – профессор (г. Минск, Беларусь)
Н.И. Юрчук – Заслуженный деятель науки РБ, профессор
(г.Минск, Беларусь)
Л. Щерба – профессор (г.Седльце, Польша).

ОРГКОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ:

- А.Е. Будько – доцент (г.Брест, Беларусь)
Л. Гадомский – доцент (г.Седльце, Польша)
И.Г. Кожух – профессор (г. Брест, Беларусь)
А.Н. Прокопеня – доцент (г.Брест, Беларусь)
А.В. Чичурин – доцент (г.Брест, Беларусь)

КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

С.Н. Иванов, В.Б. Таранчук (Минск, Беларусь)

Прямые задачи теории тепло- и массопереноса сводятся к интегрированию дифференциальных уравнений с частными производными при определённых начальных и граничных условиях. Наиболее типично для теории тепло- и массопереноса уравнение, которое в математической физике известно как уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} C\rho = \operatorname{div}(\lambda \nabla T),$$

где T – температура, τ – время, C – удельная теплоёмкость, ρ – плотность, λ – коэффициент теплопроводности.

С помощью этого уравнения, в том числе, описываются процессы кондуктивной теплопроводности, а также изотермической влагопроводности, если вместо T , C и λ поставить соответствующие параметры влагопереноса:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} \rho = \operatorname{div}(\alpha_m \rho \nabla U)$$

(U – влагосодержание; α_m – коэффициент диффузии влаги).

Заметим, что температура, влагосодержание и структура – это основные параметры грунтов, которые определяют практически все их технологические, агрофизические и физико-механические свойства. В природных условиях в процессе естественного тепло- и массообмена происходят периодические изменения температуры и влагосодержания в верхних слоях почвогрунтов. Температурный и влажностный режимы в грунтах имеют важное значение в процессах промерзания/оттаивания. С этими процессами связан ряд практических вопросов, таких, как устойчивость инженерных сооружений в районах многолетней мерзлоты, тепловая мелиорация заторфованных почв, технология добычи сапропеля и торфа в районах с устойчивым зимним промерзанием, проведение мелиоративных работ в зимнее время. Рациональное использование природных ресурсов и охрана среды требуют научного прогноза и мониторинга теплового и влажностного режимов в почвенном покрове и верхних слоях грунтов. Решение многих задач в этой области невозможно без компьютерной техники, математического моделирования. Практика разработки соответствующих компьютерных систем показала, что наиболее эффективным наряду с традиционным программированием является включение в комплексы для вычислительных экспериментов интеллектуальных информационных модулей.

Решения уравнения теплопроводности при различных начальных и граничных условиях для наиболее типичных задач даны в монографии А.В. Лыкова ([1]). Но на данный момент нет электронного банка аналитических решений, универсального механизма их получения. Именно разработке унифицированного ряда точных и приближенных аналитических решений, единого подхода

их получения, графической и табличной визуализации с использованием программной платформы системы компьютерной алгебры посвящена настоящая работа.

В докладе обсуждается разработанный с использованием компьютерной технической системы (КТС) *Mathematica* пакет интеллектуальных модулей **MonSol_HTM1**. Он обеспечивает анализ и мониторинг аналитических решений уравнения теплопроводности при различных начальных и граничных условиях.

Средствами пакета могут быть получены в символьном виде и/или иллюстрированы графиками решения типичных задач тепло- и массопереноса в почвогрунтах, в том числе задачи промерзания влажного грунта с учетом его деформации ([2]). Формируемые аналитические решения сгруппированы в классы по типу граничных условий и наличию фазовых переходов. Решения включают интегралы от функций начального распределения и граничных условий. Как правило, решения в пакете представляются суммами функциональных рядов или специальными функциями ([3]). Такой формат представления позволяет получить аналитические решения рассматриваемых классов задач для любых начальных и граничных условий, лишь заменяя соответствующие функции в обобщенной форме аналитического решения. Сложные преобразования и выводы формул выполняются в пакете и реализованы функциями ядра КТС. Это освобождает пользователя от громоздких вычислений, появления случайных ошибок при выводе формул.

Для реализации мониторинга решений выбрана именно КТС *Mathematica*, которая, как и другие компьютерные системы, поддерживает Windows-подобный интерфейс, содержит средства программирования специальных алгоритмов и инструменты создания интерактивных диалогов.

Пакет **MonSol_HTM1** предоставляет удобный пользовательский интерфейс, который включает в себя меню, панели настроек параметров, информационные окна и рабочие документы (рис. 1). Все модули пакета имеют Windows-подобный интерфейс, который не требует от пользователя дополнительного обучения действиям с документами.

Главное меню обеспечивает удобный доступ ко всем компонентам пакета. Оно включает три панели настроек параметров: панель изменения параметров уравнения теплопроводности и граничных условий, панель управления дискретами расчётов, панель управления графической визуализацией. Информационные окна содержат поля с условными обозначениями и таймером.

В пакете можно выполнять мониторинг аналитических решений уравнения теплопроводности для граничных условий первого, второго и третьего рода. Также отдельно рассмотрены задача промерзания/оттаивания влажного грунта, промерзания влажного грунта с учетом его деформации. Для каждой задачи даются: краткое пояснение с описанием физического смысла возможных граничных условий, постановка задачи и обобщенное аналитическое решение. Иллюстрация динамики процесса распространения тепла и влаги (расчёт решения и графическая визуализация) может быть получена нажатием соответствующей кнопки в рабочем документе. Начальное распределение может задаваться как постоянное в области определения решения, так и в виде функции от координат.

наты. Причем в таких случаях функция записывается в таком же виде, как она представлена в математической литературе. Поток на границах также могут задаваться постоянными или функциями времени.

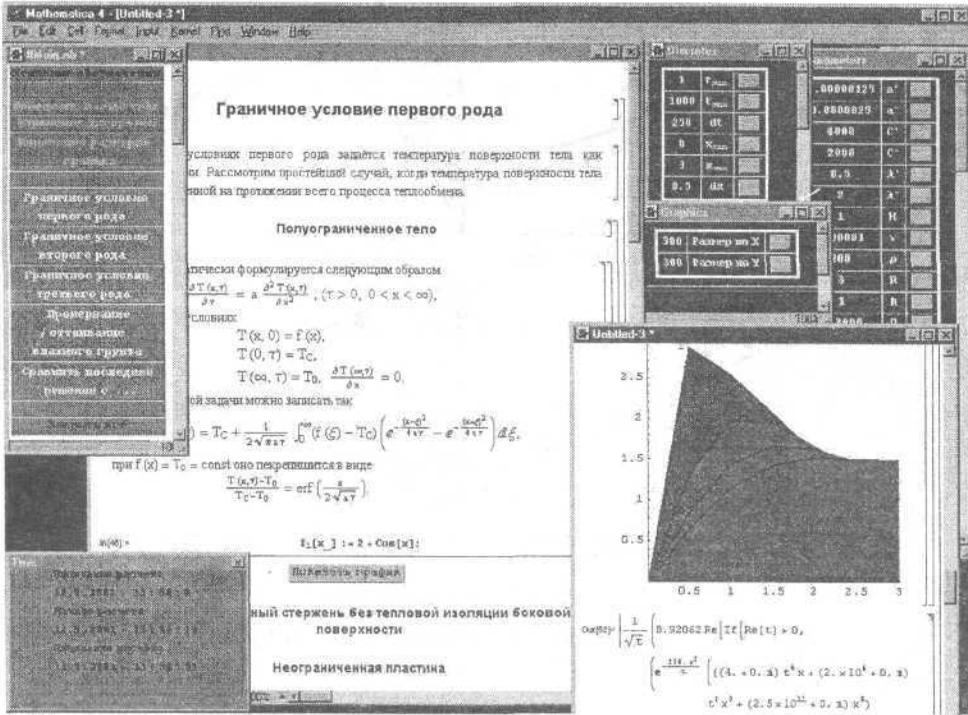


Рис. 1. Препринт интерфейса пакета MonSol_HTML1.

По полученным пакетом MonSol_HTML1 решениям на экран выводятся графики распределения температуры в любой заданный момент времени, или в графическом окне показывается эволюция решений с отображением профилей температуры в заданные пользователем дискреты (на выбранном временном промежутке с указанным шагом). После отображения графика аналитического решения выводится само решение, преобразованное с учётом формы начального распределения, потока на границе и параметров задачи.

Подсистема пакета по подготовке данных расчета и отображения результатов обеспечивает пользователя удобными инструментами задания определяющих функций уравнений и точек (дискретов), в которых предполагается осуществить вывод решения, как по координате, так и по времени. Причём при первоначальной загрузке пакета параметры уже проинициализированы некоторыми значениями по умолчанию. Также система выполняет проверку корректности введённых значений параметров на физическую непротиворечивость. Способ преобразования и упрощения обобщённого аналитического решения зависит от конкретного типа задачи и определяется параметрами уравнений.

В пакете реализован механизм сопоставления получаемых аналитических решений одной и той же задачи для различных параметров (рис. 2). Все получаемые результаты могут быть сохранены в отдельные файлы как таблицы в

виде текстового файла, так и в виде блокнотов КТС *Mathematica* и используются в будущем для отображения или сравнения с другими решениями.

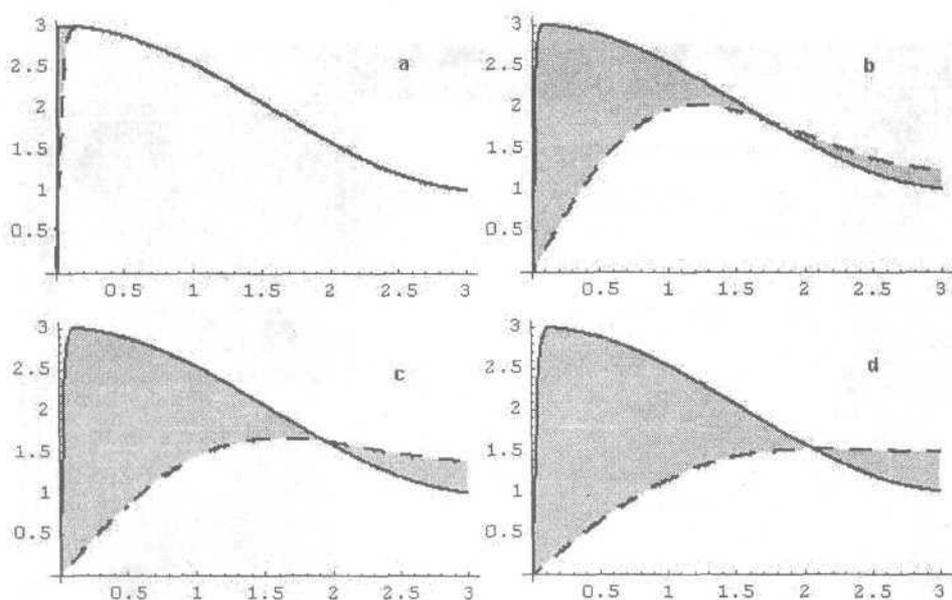


Рис. 2. Пример сравнения решений при различном значении коэффициента теплопроводности.

Расширением пакета является отдельно разработанная подсистема “генератор программных модулей описаний определяющих функций, аппроксимации табличных данных аналитическими выражениями” ([4]).

Описанный пакет может быть использован в учебном процессе, т.к. содержит необходимые описания физических и математических постановок задач, методов их решения, пояснения применяемых функций, опций, директив.

Литература

- [1] Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 501 с.
- [2] Бровка Г.П. Тепло- и массоперенос в природных дисперсных системах при промерзании. Мн.: Наука и техника, 1991. – 191 с.
- [3] Морозов А.А., Таранчук В.Б. Численные методы и программирование в системе Mathematica: Учеб. пособие. – Мн.: БГПУ, 2004. – 119 с.
- [4] Таранчук В.Б. Интерактивная компьютерная система поддержки геологического моделирования “ГеоБаза Данных” // Проблемы водных ресурсов, геотермии и геоэкологии: Т. II. Геоэкология. Геология и гидрогеология месторождений калийных солей, нефтегазоносность и нефтегазовая гидрогеология. Общие проблемы. – Мн.: ИГиГ НАН Беларуси, 2005. С. 202-204.